

Nichtlineare Erweiterung des Black-Scholes-Modells unter Berücksichtigung von beidseitigen Ausfallrisiken und Finanzierungskosten

Der Optionshandel, also der Handel mit dem Recht ein bestimmtes zugrundeliegendes Gut für einen festgelegten Preis zu einem ausgewählten zukünftigen Zeitpunkt zu kaufen oder zu verkaufen, ist eines der zentralen Konzepte des Finanzmarktes. Bereits im Jahr 1973 entwickelten Fischer Black, Myron S. Scholes und Robert C. Merton ein finanzmathematisches Modell, welches eine Bestimmung des Wertes einer solchen Option ermöglicht. Das nach Black und Scholes benannte Modell erlangte schnell eine große Popularität und so wurden im Jahr 1997 Scholes und Merton für die Entwicklung des Modells mit dem sogenannten Wirtschaftsnobelpreis ausgezeichnet.

In der heutigen Zeit bedarf dieses Modell jedoch einiger Anpassungen, um präzisere Aussagen über den Wert einer Option am Finanzmarkt treffen zu können. So werden in dieser Masterarbeit die Auswirkungen von Ausfallrisiken und Finanzierungskosten auf den Wert der Option betrachtet. Ausfallrisiken bezeichnen hierbei allgemein das Risiko, dass eine der am Handel beteiligten Parteien ihrer Zahlung aus verschiedenen Gründen nicht nachkommt. Die Finanzierungskosten werden durch eine differenzierte Betrachtung der anfallenden Kosten und Erträge aus Zinsen, bis zum Fälligkeitszeitpunkt der Option, im abgesicherten, wie im nicht abgesicherten Fall betrachtet.

Durch die Berücksichtigung dieser Aspekte lässt sich die bekannte Black-Scholes-Gleichung zu einer nichtlinearen partiellen Differentialgleichung erweitern, deren Lösung im Falle der Existenz eine präzisere Bestimmung des Optionswertes ermöglicht. Die Untersuchung der Existenz und Eindeutigkeit einer solchen Lösung ist Hauptgegenstand der Masterarbeit und lässt sich mit Hilfe der sogenannten Halbgruppentheorie unter geeigneten Voraussetzungen beweisen. Unter welchen Voraussetzungen eine analytische Bestimmung der Lösung möglich ist und wann eine numerische Berechnung zu bevorzugen ist, bleibt hierbei Gegenstand zukünftiger Forschungen.