

Kurzzusammenfassung der Dissertation

Von Annekathrin Jürß

Promotionsgebiet: Mathematik

Betreuer: Prof. Dr. K. Neymeyr

Titel: Über nichtnegative Matrixfaktorisierungen und geometrische Algorithmen zur Approximation ihrer Lösungsmengen

Kurzzusammenfassung

Diese Promotionsschrift ist der Analyse der Lösungsmengen nichtnegativer Matrixfaktorisierungen gewidmet. Ein zugrunde liegendes Anwendungsproblem ist die sogenannte Reinkomponentenzerlegung gemäß dem Gesetz von Lambert-Beer in der Spektroskopie. Die Faktorisierungsaufgabe besitzt keine eindeutig bestimmte Lösung, daher soll die Menge aller möglichen nichtnegativen Voll-Rang-Faktorisierungen untersucht werden. Diese Menge kann geometrisch beschrieben und niedrigdimensional dargestellt werden. In dieser Arbeit werden geometrische und topologische Eigenschaften der niedrigdimensionalen Darstellung der Lösungsmenge untersucht. Zudem wird die geometrische Beschreibung für approximativ nichtnegative Matrixfaktorisierungen erweitert, die betragskleine negative Einträge in den Faktoren erlauben. Für Rang-3- und Rang-4-Matrizen werden geometrisch-numerische Algorithmen zur Approximation der Lösungsmenge entwickelt und analysiert.

Abstract

This doctoral thesis analyzes solution sets of the nonnegative matrix factorization problem. An underlying application is given by the pure component decomposition according to the Lambert-Beer law in spectroscopy. In general, the nonnegative matrix factorization has no unique solution, therefore the set of all nonnegative full rank factorizations shall be investigated. This family can be described geometrically, and there exists a low-dimensional representation. In this thesis geometrical and topological properties of the low-dimensional representation of the solution set are analyzed. Furthermore, a generalization of the geometric description for almost nonnegative matrix factorizations is given. The term almost nonnegative factorization means, that small negative entries in the matrix components are allowed. For matrices of ranks 3 and 4 geometrical-numerical algorithms to approximate the set of solutions are developed and analyzed.