
Einführung in die Theoretische Physik

PD Dr. Reinhard Mahnke

Lehrveranstaltung Nr. 12554 (4 SWS V + 2 SWS Ü)

Dienstag 11.00 bis 12.30 Uhr, Seminarraum R306

Donnerstag 7.30 bis 9.00 Uhr, Seminarraum R306

Freitag 9.15 bis 10.45 Uhr, Seminarraum R306

Institut für Physik, Universitätsplatz 1

Sommersemester 2009

Zum Inhalt der Lehrveranstaltung:

1. **Einleitung** (07. + 09. + 14.04.2009, R. Mahnke)
Vorstellung des Themenprogramms (Mechanik, Elektrodynamik, Quantenphysik, Nichtlineare Prozesse).
Einführung in die Theoretische Mechanik (Theorie dynamischer Systeme); Newtonsche Bewegungsgleichung (1dim) plus Anfangsbedingungen.
Aufgabe 1: Dynamik einer Masse unter Einfluss einer linearen Federkraft.
2. **Hamiltonsche Bewegung** (16. + 17. + 18.04.2009, R. Mahnke)
Einführung in die Theorie Hamiltonscher Systeme (Phasenraum, kanonische Bewegungsgleichungen). Diskussion der Lösungsmannigfaltigkeiten als Fluss im Zustandsraum (reguläre und chaotische Dynamik). Vergleich zwischen deterministischer und stochastischer Dynamik mit dem Hinweis: deterministisches Chaos \neq molekulares Chaos.

Diskussion von singulären Punkten im Zustandsraum bei konservativen (energieerhaltenden) und dissipativen (energieentwertenden) mechanischen Systemen. Spezialfall: Gradientensystem.

Beispiel für Strudelpunkt: Federschwinger mit Reibung

3. **Schwingende Atwood–Maschine** (21. + 23. + 24.04.2009, R. Mahnke)

Modell, vier Variablen, Zusammenhang Kraft – Potential, Bestimmung potentieller Energie aus Kraft, Hamilton–Funktion, Bewegungsgleichungen und Anfangsbedingungen. Spezialfälle, insbesondere Wurf und mathematisches Pendel.

Aufgabe 2: Dynamik der schwingenden Atwood Maschine (SAM) in Abhängigkeit vom Massenverhältnis $\mu = M/m$.

2a Numerische Integration der Bewegungsgleichungen (Runge–Kutta Verfahren)

2b Berechnung der Äquipotentialkurven (Kegelschnitte bzw. Ellipsengleichung)

2c Spezialfall $\mu = 0$: Integrierte Bewegung (Wurf)

2d Näherung $\mu \gg 1$: Zentralfeldnäherung

2e Grenzfall $\mu \rightarrow \infty$: Rotation

2f Dynamik des mathematischen Pendels (2-dim Zustandsraum)

4. **Bewegung im Zentralkraftfeld** (28. + 30.04.2009, R. Mahnke)

Bewegung eines Planeten (Masse m) um einen Zentralkörper der Masse M (Kepler–Problem, Potential ist nur abstandsabhängig). Somit Drehimpulserhaltung, Umkehrpunkte beim effektiven Potential aus Energieerhaltung. Kepler–Ellipsen (geschlossene Bahnkurven) beim Gravitationspotential, im allgemeinen nichtgeschlossene Bahnkurven in einem ringförmigen Gebiet.

5. **Analogien zwischen klassischer und Quanten–Mechanik** (05. + 07. + 08.05.2009, R. Mahnke)

Hamiltonsche Mechanik als Theorie dynamischer Systeme; Phasenraumdynamik; Satz von Liouville (Liouvillesche Bewegungsgleichung als Erhaltungssatz); Poisson–Klammer; Winkel–Wirkungsvariable; Hamilton–Jacobi Gleichung, Systeme mit wenigen Freiheitsgraden (math. Pendel); Übergang zur Quantenmechanik.

6. Zusammenfassung und Abschluß der klassischen Mechanik

(12. + 14.05.2009, R. Mahnke)

Nichtlineare reguläre Dynamik des mathematischen Pendels folgt aus

$$H(\alpha, p_\alpha) = \frac{p_\alpha^2}{2ml^2} + mgl(1 - \cos \alpha) = E \quad (1)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{p_\alpha}{ml^2} \quad (2)$$

$$\dot{p}_\alpha = -mgl \sin \alpha \quad (3)$$

inklusive Anfangsbedingungen. Benutze: $\omega_0^2 = g/l$; $a^2 = E/(2ml^2\omega_0^2)$
sowie $\sin^2 \beta = (1 - \cos 2\beta)/2$

Resultat: Trajektorien (in Abhängigkeit der Energie a)

$$p_\alpha(\alpha; a) = \pm 2ml^2\omega_0 a \sqrt{1 - \frac{1}{a^2} \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \quad (4)$$

Diskussion des Phasenraumporträts; Dynamik des Bewegungstypen;
Bewegung auf der Separatrix; Wirkungsintegral; Schwingungsdauer.

Aufgabe 3: Berechnen Sie die Bewegung auf der Separatrix (sx) als
Weg-Zeit-Funktion $\alpha_{sx} = \alpha(t)$.

Aufgabe 4: Betrachten Sie die Näherung für kleine Auslenkungen $\sin \alpha \approx \alpha$
(bekannt als Federschwinger, siehe Aufgabe 1) und ermitteln die
Schwingungsdauer T_0 .

7. Einführung in die Elektrodynamik (15. + 19.05.2009, R. Mahnke)

Grundbegriffe der klassischen Elektrodynamik (u. a. skalare und vektorielle Feldfunktionen); wichtige Entwicklungsetappen (Coulomb, Oersted, Faraday, Maxwell); Symbole und SI-Einheiten (m, kg, s, A, K, mol, cd); Punktladung; Coulomb-Kraft zwischen zwei Punktladungen; Ladungserhaltung (Ladungsdichte, Stromdichtevektor); elektrische und magnetische Feldvektoren (Feldlinien); Maxwellgleichungen; Ohmsches Gesetz; Lorentz-Kraft; Vektorfeld ist durch seine Quellen und Wirbel bestimmt.

8. **Energiebilanz** (26.05.2009, R. Mahnke)

Diskussion der Projektaufgabe *Dynamik und Energiebilanz einer N-Teilchenkette*:

Before considering the many-particle system start your energy flow analysis with the one-particle case.

Having in mind (from textbooks) the one-particle Newton's equation

$$m \frac{dv}{dt} = F_{cons}(x) + F_{diss}(v) \quad ; \quad \frac{dx}{dt} = v \quad (5)$$

the energy balance out of the given dynamics (5) reads

$$\frac{d}{dt} (E_{kin} + E_{pot}) + \Phi = 0 \quad (6)$$

with $E_{kin} = mv^2/2$ as kinetic energy, $E_{pot} = -\int F_{cons}(x) dx$ as potential energy and flux term $\Phi = -v F_{diss}(v)$ as transformation rate (dissipation/creation) or outflow/inflow rate of mechanical energy.

9. **Maxwell-Gleichungen** (28.05.2009, R. Mahnke)

Grundgleichungen der Elektrodynamik sind als Maxwell-Gleichungen bekannt. Sie bestehen aus Quellen- und Wirbelgleichungen fuer das elektrische und das magnetische Feld. Äquivalenz zwischen lokaler (bzw. differentialer) und globaler (bzw. integraler) Formulierung. Materialgleichungen als Zusatzbeziehungen. Ladungserhaltung (Kontinuitätsgleichung) wird durch die Maxwellgleichungen erfüllt.

10. **Projektarbeit: Teilchenkette** (29.05.2009, R. Mahnke)

Thema:

Analyse von Bewegungsgleichungen gekoppelter Teilchen mit symmetrischer und asymmetrischer Wechselwirkung mit und ohne Dissipation

Motivation:

Im Gegensatz zur Theorie dynamischer Systeme mit symmetrischer Wechselwirkung (man denke an eine schwingende Teilchenkette im harmonischen Potential) wechselwirken die *Autoteilchen* in der Verkehrsphysik in der Regel nur mit dem Vordermann (Asymmetrie). Die Reibung ist dabei geschwindigkeitsabhängig.

Ausgangspunkt:

Vielteilchensystem ($i = 1, 2, \dots, N$) mit periodischen Randbedingungen ($0 \leq x < L$)

Bewegungsgleichungen

$$m \frac{dv_i}{dt} = F_{forw}(\Delta x_i) - F_{back}(\Delta x_{i-1}) + F_{diss}(v_i) \quad (7)$$

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i \quad ; \quad \Delta x_i = x_{i+1} - x_i \quad (8)$$

bestehend aus vorwärtsgerichteter F_{forw} und rückwärtsgerichteter Kraft F_{back} (sind zu spezifizieren) sowie Dissipation $F_{diss}(v_i)$ (passive oder aktive Reibung). Dazu noch Anfangsbedingungen.

Methode:

Analytische und numerische (Be)Rechnungen, Teilchenzahl $N = 1, 2, 3$, Fixpunktbestimmung, Stabilitätsanalyse, Clusterlösung (Grenzzzyklus, erst ab $N = 3$).

Resultate:

Energiebilanz (Energieerhaltung gilt in der Regel nicht); Impulsbilanz; Zustandsraumtopologie; Bedingungen dafür, dass alle Teilchen nur in eine Richtung (vorwärts) fahren.

Spezialfälle:

- (a) Starke Asymmetrie als Vorwärts–Wechselwirkung zwischen Punktautos mit Reibung

$$F_{forw}(\Delta x) = \frac{m}{\tau} (v_{opt}(\Delta x) - v_{max}) \quad (9)$$

$$F_{back}(\Delta x) = 0 \quad (10)$$

$$F_{diss}(v) = \frac{m}{\tau} (v_{max} - v) \quad (11)$$

mit optimaler Geschwindigkeits–Abstandsfunktion

$$v_{opt}(\Delta x) = v_{max} \frac{(\Delta x)^2}{D^2 + (\Delta x)^2} \quad (12)$$

Karsten Evers & Martin Haufschild:

\implies Berechnung der Energiebilanz einer Teilchenkette mit asymmetrischer Wechselwirkung (2 Seiten Rechnungen, pdf-file per Mail am 08.06.2009 und am 09.06.2009 (Korrektur)).

- (b) Freie Teilchen mit Dissipation

$$F_{forw}(\Delta x) = 0 \quad (13)$$

$$F_{back}(\Delta x) = 0 \quad (14)$$

$$F_{diss}(v) = \gamma(v) v \quad (15)$$

mit $\gamma(v) = -\gamma_0$ (passive Teilchen) bzw. mit $\gamma(v) = a - bv^2$ (aktive Teilchen). Kontrollparameter: $\gamma_0 > 0$, $b > 0$, $a \geq 0$.

Felix Haak & Jan Trautmann & Kris Seidel:

2 Konsultationen (Hinweise: Ein-Teilchen-Problem, Integration mittels Trennung der Variablen)

⇒ Abgabe der Rechnungen am 09.06.2009

- (c) Symmetrische Wechselwirkung zwischen Punktteilchen mit linearer Kraft (Oszillatorkette mit harmonischer Wechselwirkung)

$$F(\Delta x) = F_{forw}(\Delta x) = F_{back}(\Delta x) \quad (16)$$

$$F_{diss}(v) = 0 \quad (17)$$

mit

$$F(\Delta x) = -k(\Delta x - x_{Gl}) \quad (18)$$

Richard Becker & Martin Kunert:

Mehrere Konsultationen (Reduktion auf das Zwei-Teilchen-Problem, Integration mittels Eigenfunktionen)

- (d) Solitonen (Sebastian Rißer, entfällt)

11. **Projektwoche** (02. – 06.06.2009)

Selbständige Arbeit am Projekt. Abgabe der Projektarbeiten zum 09.06.2009. Danach Beginn der Projektauswertung.

12. **Elektrostatik** (09.06.2009, R. Mahnke)

13. **Elektrostatik und Magnetostatik** (11.06.2009, R. Mahnke)

14. **Projektauswertung I** (12.06.2009, R. Mahnke)

Energiebilanz eines N-Teilchen-Systems mit asymmetrischer Vorwärts-Wechselwirkung. Vorstellung der Rechnungen durch **Karsten Evers & Martin Haufschild:**

HIER FOLGT DER TEX-FILE

Dynamik eines N-Teilchen-Systems mit asymmetrischer Vorwärts-Wechselwirkung. Vorstellung der numerischen Rechnungen durch **Dr. Jevgenijs Kaupužs** (Riga):

HIER FOLGEN DIE BILDER

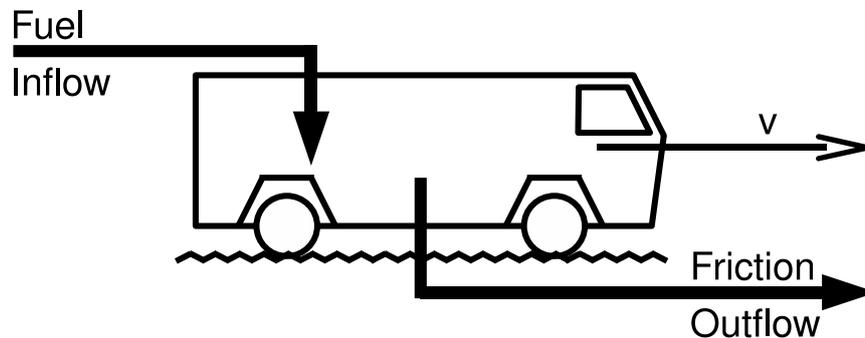


Abbildung 1: A car with velocity v needs petrol to keep it moving. Otherwise the friction would lead to slow down the car.

Zusammenfassung mit Abbildung 1 von **Christof Liebe**.

15. **Projektauswertung II** (16.06.2009, R. Mahnke)

Dynamik und Energiebilanz eines freien Teilchens mit aktiver und (als Spezialfall) passiver Reibung. Vorstellung der Rechnungen durch **Felix Haak & Jan Trautmann & Kris Seidel**:

$$m \frac{dv}{dt} = \gamma(v)v \quad \text{mit} \quad \gamma(v) = a - bv^2 \quad (19)$$

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (20)$$

und Anfangsbedingung $v(t = 0) = v_0; x(t = 0) = x_0$.

16. **Elektromagnetische Wellen** (18.06.2009, R. Mahnke)

17. **Elektrostatik, Hausaufgaben** (19.06.2009, R. Mahnke)

18. **Zusammenfassung Elektrodynamik** (30.06.2009, R. Mahnke)

19. **Diffusion I** (02.07.2009, R. Mahnke)

20. **Diffusion II** (03.07.2009, R. Mahnke)

Original-Arbeit von A. Einstein 1905, Hausaufgabe

21. **Diffusion III** (07.07.2009, R. Mahnke)

Lösung der Diffusionsgleichung

22. **Text** (09.07.2009, R. Mahnke)

Am 10.7. keine LV

23. **Projektauswertung III** (xx.07.2009, R. Mahnke)

Symmetrische Wechselwirkung zwischen Punktteilchen mit linearer Kraft
(Oszillatorkette mit harmonischer Wechselwirkung)