Einführung in die Theoretische Physik

Priv.-Doz. Dr. Reinhard Mahnke

Lehrveranstaltung Nr. 12554
(4 SWS V + 2 SWS Ü)

Dienstag 11.15 bis 12.45 Uhr, Seminarraum (WIS44-SR)
Donnerstag 7.30 bis 9.00 Uhr, Seminarraum (WIS44-SR)
Institut für Physik, Wismarsche Str. 44/45
Freitag 9.15 bis 10.45 Uhr, Seminarraum II (UP-SR2)
Institut für Physik, Universitätsplatz 5

Sommersemester 2013

Erste Lehrveranstaltung am 04.04.2013 (Do) um 7.30 Uhr im Seminarraum des Instituts für Physik in der Wismarschen Str. 44 mit einer Vorlesung zum Zufallswanderer.

Zum Inhalt der Lehrveranstaltung:

1. Zufallswanderer und Drift–Diffusion

Die deterministische Bewegung wird durch Schwankungen (Fluktuationen) gestört. Überwiegen die zufälligen Ereignisse wird die Bewegung stochastisch (Physik stochastischer Prozesse). Diffusion ist ein einfacher zufälliger Prozess.

1. **Zufallswanderer I** (14. KW, R. Mahnke)
   Das Brownsche Teilchen (der Zufallswanderer) wird durch eine iterative Markov–Dynamik beschrieben. Der eindimensionale Zufallswanderer springt in einem Zeitschritt (Hüpfzeit τ) mit Wahrscheinlichkeit p nach rechts (Schrittweite a) und mit Wahrscheinlichkeit $q = 1-p$ nach links.

   Diskrete Zeit: $t_n = \tau\, n$ mit $n = 0, 1, 2, \ldots$
   Diskreter Ort: $x_m = a\, m$ mit $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

   Drift–Diffusions–Bewegungsgleichung ist eine Interation in der Zeit

   $$P(x_m, t_n + \tau) = pP(x_m - a, t_n) + qP(x_m + a, t_n) \; . \tag{1}$$

   Anfangsbedingung

   $$P(x_m, t_0 = 0) = \delta_{x_m, x_0 = 0} \; . \tag{2}$$

   Spezialfälle: $p = q = 1/2$ (reine Diffusion, nur Zufallsbewegung); $p = 1$ (gerichtete deterministische Bewegung, nur Drift)

   Die Lösung von (2) ist die Binominalverteilung (Pascal'sches Dreieck, Galton–Brett), wobei $P(x_m, t_n) \equiv P(m = x_m/a, n = t_n/\tau) \equiv P(m, n)$

   $$P(m, n) = \frac{n!}{[(n+m)/2]!\,[(n-m)/2]!}\, p^{(n+m)/2}\, q^{(n-m)/2} \; . \tag{3}$$

   Wie ist die Lösung (3) zu erhalten?
   Transformation in den inversen Ortsraum (Wellenzahlraum k) mittels Fourierreihe

   $$\widetilde{P}(k, n) = \sum_{m=-n}^{+n} e^{ikm} P(m, n) \; . \tag{4}$$

   Einige Fragen:

   - Skizieren Sie jeweils eine rein deterministische und eine stochastische Bewegung eines 1dim Brownschen Teilchens über drei Zeitschritte.

- Schreiben Sie zuerst die Drift-Diffusions-Gleichung auf. Ergänzen Sie die Anfangsbedingung als zweite Gleichung.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(x_m, t_n)$ für den zweiten Zeitschritt aus der bekannten Anfangssituation $P(x_0 = 0, t_0 = 0) = \delta_{x_m,0}$ mit dem Parameter $p = 1/4$ (Hüpfwahrscheinlichkeit nach rechts).

2. **Zufallswanderer II** (15. KW, R. Mahnke)
Wichtige Eigenschaften der Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(m,n)$ liefern die Momente $k-$ter Ordnung

$$\langle m^k \rangle(n) = \sum_{m=-n}^{n} m^k P(m,n) \ . \tag{5}$$

Das Moment $k = 0$ ist die Normierung; das erste Moment $k = 1$ ist der Mittelwert; das zweite Moment $k = 2$ hängt mit der Breite (Varianz) der Verteilung zusammen.

Normierung ($k = 0$):

$$\langle m^0 \rangle(n) = \sum_{m=-n}^{n} P(m,n) = 1 \ . \tag{6}$$

Das erste Moment ($k = 1$) der Wahrscheinlichkeitsverteilung 3 ist

$$\langle m \rangle(n) = \sum_{m=-n}^{n} mP(m,n) = 2n \left(p - \frac{1}{2} \right) \tag{7}$$

und das zweite Moment ($k = 2$) ist

$$\langle m^2 \rangle(n) = \sum_{m=-n}^{n} m^2 P(m,n) = 4npq + 4n^2 \left(p - \frac{1}{2} \right)^2 \tag{8}$$

Somit ergibt sich die Varianz (mittleres Schwankungsquadrat) zu

$$(\Delta m)(n) \equiv \sqrt{\left\langle (m - \langle m \rangle)^2 \right\rangle} = \sqrt{\langle m^2 \rangle - \langle m \rangle^2} = \sqrt{4npq} \ , \tag{9}$$

und der relative Fehler

$$\frac{\Delta m}{\langle m \rangle} = \frac{\sqrt{4np(1-p)}}{2n(p-1/2)} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{(p-1/2)^2}} \frac{1}{\sqrt{n}} \simeq n^{-1/2} \tag{10}$$

geht gegen Null, wenn die (diskrete) Zeit n gegen Unendlich konvergiert.

3. **Zufallswanderer III** (16. KW, R. Mahnke)
Betrachte Kontinuumsgrenzfall ($a \to a, \tau \to 0$):
(Symmetrische) Diffusion ist (im Gegensatz zur Drift) eine ungerichtete Bewegung. Diffusion ist ein zufälliger Prozeß. Das Galtonbrett ist eine experimentelle Realisierung der (diskreten) Diffusion. Der Zufallswanderer ist ein einfaches Modell der Diffusion. Eine zentrale Gleichung der Physik (Nichtgleichtgewichtsdynamik, Diffusionskonstante D) ist die Diffusionsgleichung

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = \frac{D}{2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} \tag{11}$$

mit der Anfangsbedingung

$$p(x, t = 0) = \delta(x - x_0) \ . \tag{12}$$

Die Lösung der Diffusionsgleichung ist die bekannte Normal– bzw. Gauss–Verteilung

$$p(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D t}} \exp\left(-\frac{(x - x_0)^2}{2Dt} \right) \ . \tag{13}$$

Berechnung der ersten drei Momente ($k = 0, 1, 2$)

$$\langle x^k \rangle(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k p(x,t)\, dx \ . \tag{14}$$

liefert

$$\langle x^0 \rangle(t) = 1 \tag{15}$$
$$\langle x^1 \rangle(t) = x_0 \tag{16}$$
$$\langle x^2 \rangle(t) = Dt + x_0^2 \tag{17}$$

und Varianz

$$\Delta x \equiv \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = \sqrt{Dt} \ . \tag{18}$$

Betrachte Erweiterung auf den Drift–Diffusion–Fall (asymmetrische Diffusion). Bewegungsgleichung (Spezialfall der Fokker–Planck–Gleichung) ist Erweiterung der Diffusionsgleichung (11) der Form

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = -v_D \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} + \frac{D}{2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} \ , \tag{19}$$

wobei v_D die Driftgeschwindigkeit ist.

(a) Überprüfung, dass (13) wirklich Lösung von (11) ist (Probe machen).

(b) Ermittlung der Lösungsfunktion (13) mittels Skalierungstransformation

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{Dt}} \qquad ; \qquad p(x,t)dx = Q(\xi)d\xi \tag{20}$$

angewendet auf (11).

Nach Anwendung von (20) folgt aus (11) eine transformierte neue Diffusionsgleichung

$$\frac{d^2Q(\xi)}{d\xi^2} + \xi\frac{dQ(\xi)}{d\xi} + Q(\xi) = 0. \tag{21}$$

mit der Lösung (Normalverteilung)

$$Q(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \tag{22}$$

Nach Rücktransformation folgt die bekannte Lösung (13).

(c) Es ist zu zeigen, wie die Lösung (13) der Diffusionsgleichung (11) mittels Fourier-Entwicklung zu erhalten ist. Dazu wird die gesuchte Funktion transformiert vom Ortsraum in den inversen Wellenzahlraum zu $\widetilde{p}(k,t)$. Die Fourier-Transformation ist definiert als

$$p(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx}\widetilde{p}(k,t)dk \ , \tag{23}$$

$$\widetilde{p}(k,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikx}p(x,t)dx \ , \tag{24}$$

wobei k Wellenzahl ist.

(d) Berechnung der ersten drei Momente ($k = 0, 1, 2$) der Wahrscheinlichkeitsdichte der Drift–Diffusions–Bewegung. Zur Vereinfachung setze Startposition $x_0 = 0$.

Einige Fragen:

- Wie lautet die Drift–Diffusions–Gleichung in kontinuierlicher Formulierung? Was ist gegeben? Was ist zu bestimmen?
- Schreiben Sie die Gleichung zur Berechnung des ersten Momentes (Mittelwert) für den Fall diskreter (reiner) Diffusion auf.
- Erläutern Sie die beiden Kontrollparameter 'Diffusionskonstante' und 'Driftgeschwindigkeit'. Gegen Sie auch die Maßeinheiten an.

4. **Aufgaben zur Drift-Diffusion** (zu bearbeiten bis 19. KW)

- Diskrete Drift-Diffusion:
  Symmetrischer Zufallswanderer, Münzwurf bzw. 'drunken sailor', Galton–Brett, Binominal–Wahrscheinlichkeitsverteilung, diskrete Bewegungsgleichung mit Anfangsbedingung, Pascalsches Dreieck
- Kontinuierliche Drift-Diffusion:
  Drift-Diffusionsgleichung als kontinuierliche Bewegungsgleichung und deren Lösung (Normalverteilung), zeitliche Entwicklung des Dichteprofils, Mittelwert und Schwankung

Aufgaben:

(a) Zusammenfassung zum Thema *Diffusion* anfertigen, und zwar in einer Tabelle diskrete und kontinuierliche Ergebnisse gegenüberstellen: Bewegungsgleichung mit Anfangsbedingung; Lösungsfunktion; 0., 1., 2. Moment und Varianz.

(b) Original–Arbeit von Albert Einstein aus 1905 lesen und seine Herleitung der Diffusionsgleichung (ab S. 556) nachvollziehen.
Link zu Annalen der Physik

(c) Empirische Herleitung der Diffusionsgleichung mittels Fickscher Gesetze präsentieren. Kontinuitätsgleichung verwenden.

(d) Machen Sie ein diskretes Diffusionsexperiment mittels Münzwurf. Ermitteln Sie bei 10 Würfen (bzw. bei 10 Schritten) und bei 20 und anschliessend bei 50 Realisierungen den Mittelwert und die Varianz. Vergleichen Sie die erhaltenen Resultate mit der Theorie des Zufallswanderers.

(e) Berechnung der ersten drei Momente (bis $\langle m^2 \rangle(n)$) der symmetrischen Binominalverteilung (in Analogie bis zu $\langle x^2 \rangle(t)$).

(f) Betrachten Sie die Diffusion in einem endlichen Intervall der Länge L mit zwei reflektierenden Rändern (RR) und berechnen für dieses Anfangs– und Randwertproblem die Wahrscheinlichkeitsdichte $p_{RR}(x,t)$.
Das Problem ist durch den folgendes Satz von Gleichungen beschrieben:

i. Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = \frac{D}{2} \frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial x^2} \,, \qquad (25)$$

ii. Anfangsbedingung (Delta–Funktion)

$$p(x, t = 0) = \delta(x - x_0) \quad \text{with} \quad x_0 = 0 \ , \tag{26}$$

iii. Bedingung für reflektierenden Rand bei $x = a = -L/2$ (linke Begrenzung)

$$\left. \frac{\partial p(x,t)}{\partial x} \right|_{x=a} = 0 \ , \tag{27}$$

iv. Bedingung für absorbierenden Rand bei at $x = b = +L/2$ (rechte Begrenzung)

$$p(x = b, t) = 0 \ . \tag{28}$$

Welches Ergebnis erhalten Sie im Grenzfall $L \to \infty$?

Zwei Fragen:

- Warum hat die Diffusionsgleichung eine so große Bedeutung in den Naturwissenschaften? Was beschreibt diese Bewegungsgleichung?

- Motivieren Sie die Diffusionsgleichung. Geben Sie eine einfache Herleitung an.

2. Theoretische Mechanik

Deterministische Dynamik: Newtonsche Bewegungsgleichung(en) plus Anfangsbedingungen.
Auch rein deterministische Prozesse erscheinen oftmals unvorhersehbar, wenn die (nichtlineare) Dynamik eine sensitive Abhängigkeit von den Anfangsbedingen aufweist. Dieses sog. deterministische Chaos kann schon mittels (mindestens dreier) Differentialgleichungen erzeugt werden.

1. **Newtonsche Mechanik I** (17. KW, R. Mahnke)
   Newtonsche und Hamiltonsche Formulierung der theoretischen Mechanik: Bewegungsgleichungen mit Anfangsbedingungen.

   Beispiel A. **Harmonischer Oszillator**
   Modell des Federschwingers (lineares Modell), Hook'sches Gesetz, Federkraft, Newton'sche Bewegungsgleichung, Anfangsbedingungen, dynamisches System aus zwei gekoppelten Bewegungsgleichungen, verschiedene Lösungsmethoden (exp–Ansatz, Eigenvektoren, Energieerhaltung). Ermittlung der zeitabhängigen Lösungen $x = x(t)$ (Ort über Zeit) und $v = v(t)$ (Geschwindigkeit über Zeit) des Federschwingers. Eventuell zuerst lineare Transformation der Ortskoordinate zur Verschiebung des Koordinatenursprungs. Verschiedene Lösungsmethoden:
   1.) Anwendung der Energieerhaltung
   2.) Anwendung des Ansatzes $\exp(\lambda t)$
   3.) Berechnung von Eigenwerten und Eigenfunktionen
   Die mathematische Form der Lösungen ist unterschiedlich. Sie können aber ineinander überführt werden. Es gibt nur eine physikalische Lösung des Federschwingers, aber verschiedene mathematische Schreibweisen.

   Gekoppelte harmonische Oszillatoren bilden eine Federkette. Am Beispiel der zweier Kette werden die verschiedenen Moden erläutert.

2. **Newtonsche Mechanik II** (18. KW, R. Mahnke)

   Beispiel B. **Mathematisches Pendel**
   Modell des mathematischen Pendels (nichtlineares Modell), Dynamik einer Masse an einem Faden unter Einfluss der Schwerkraft. Newton–Formalismus, Tangentialkraft, dynamisches System. Hamilton–Formalismus, kanonische Bewegungsgleichungen, Energieerhaltung. Diskussion des Phasenraumporträts (Ruhelage, Schwingungsregime, Separatrix (Grenzkurve), Rotationsregime). Integration der Bewegungsgleichung unter Verwendung der Energieerhaltung zur Bestimmung $\alpha = \alpha(t)$. Es gibt eine spezielle Situation (Grenzfall): Bewegung auf der Separatrix.

3. **Newtonsche Mechanik III** (19. KW)

   Übung am 07. Mai 2013 zum harmonischen Oszillator (Federschwinger) zum Verständnis der Lösungsmethoden (siehe folgende Seiten), durchgeführt von BSc Sebastian Rosmej.

   Lehrveranstaltung am 09.05.2013 entfällt wegen Feiertag.

   Vorlesung vom 10.05.2013 (Brückentag) auf Wunsch der Studenten auf die Projektwoche verlegt.
   Thema: Deterministisches Chaos dynamischer Systeme
   Vortragender: MSc Martins Brics (zusammen mit Lehrbeauftragten R. Mahnke)

4. **Newtonsche Mechanik IV** (20. KW)

   Wiederholung der bekannten Newtonschen Beschreibung (Masse mal Beschleunigung gleich Kraft) der Dynamik eines Massenpunktes.
   Einführung von generalisierten Koordinaten q und Geschwindigkeiten $\dot{q}$. Vorstellung der Lagrangeschen Beschreibung der Mechanik durch Einführung der Lagrange–Funktion $L(q, \dot{q}, t)$ und der Lagrangeschen Bewegungsgleichung. Vorstellung der Hamiltonschen Beschreibung der Mechanik durch Einführung der Hamilton–Funktion $H(q, p, t)$ als Funktion der generalisierten Koordinaten q und Impulse p und der Hamiltonschen bzw. kanonischen Bewegungsgleichungen.
   Übergang vom Trajektorienbild (Bahnkurven im Zustands- bzw. Phasenraum) zur Ensemble–Betrachtung in der klassischen Mechanik. Einführung der Verteilungsfunktion $\varrho(q, p, t)$ als Wahrscheinlichkeitsdichte im Phasenraum in Analogie zur Diffusion mit der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $p(x, t)$. Diskussion der Liouville Gleichung als (lokaler) Erhaltungssatz (inkompressibler Fluss im Phasenraum).

   Anwendungen auf ein einfaches lineares System
   1. **Harmonischer Oszillator** (Parabelpotential) ,
   auf ein kompliziertes (gekoppeltes) lineares System
   2. **Gekreuzte Federn in der Ebene** (Doppelmuldenpotential)
   und ein nichtlineares System
   3. **Mathematisches Pendel** (anharmonisches Potential).

   Das **Lorenz–Modell** (drei gekoppelte Bewegungsgleichungen) mit regulärer und chaotischer Dynamik stellte Doktorand MSc. Martins Brics am 17.05.2013 ausführlich vor. Das Bifurkationsdiagramm $x = x(r)$ wurde diskutiert.

Projektthemen:

(a) **Nulltes, erstes und zweites Moment der symmetrischen Binominalverteilung**
Hannes Kroll

(b) **Realexperiment zum symmetrischen Zufallswanderer**
Gerlinde Eberle

(c) **Einstein'sche Herleitung der Diffusionsgleichung**
Weronika Morawiec

(d) **Fick'sche Herleitung der Diffusionsgleichung**
Ulrike Bratsch

(e) **Bifurkationsdiagramm beim symmetrischen Kettenkarussell-Modell**
Eoin Barrett
Hinweis: Kapitel 3 im Lehrbuch R. Mahnke, Nichtlineare Physik in Aufgaben, Teubner, 1994.

(f) **Diffusion in einem Aquarium**
Max Krüger & Sven Seefeldt
Hinweis: Aquarium = 1dim Strecke der Länge L mit zwei reflektierenden Rändern, siehe Kapitel 6 im Lehrbuch R. Mahnke u. a., Physics of Stochastic Prozesses, Wiley, 2009.

(g) **Reguläre und Chaotische Dynamik**
Mareike Herud
Diskutieren Sie das Lösungsverhalten der logistischen Abbildung

$$x(t+1) = f(x(t)) \quad \text{mit} \quad f(x) = rx(1-x) \; ,$$

wobei $0 < x(t=0) = x_0 < 1$ und Kontrollparameter $0 < r \leq 4$.

5. **Projektwoche** (21. KW)

6. **Auswertung und Präsentation der Projekte** (22. KW)

   (a) Nulltes, erstes und zweites Moment der symmetrischen Binominalverteilung
   Hannes Kroll (28.05.2013)

   (f) Diffusion in einem Aquarium
   Max Krüger & Sven Seefeldt (30.05.2013)

   (b) Realexperiment zum symmetrischen Zufallswanderer
   Gerlinde Eberle (30.05.2013)
   Protokoll-PDF-File auf
   Unterseite Lehre auf http://www.physik.uni-rostock.de/mahnke/

   (e) Bifurkationsdiagramm beim symmetrischen Kettenkarussell-Modell
   Eoin Barrett (31.05.2013)

   (g) Reguläre und Chaotische Dynamik: Lösungsverhalten der logistischen Abbildung
   Mareike Herud (31.05.2013)

   (c) Einstein'sche Herleitung der Diffusionsgleichung
   Weronika Morawiec (04.06.2013)

   (d) Fick'sche Herleitung der Diffusionsgleichung
   Ulrike Bratsch (nicht durchgeführt bzw. nicht abgeschlossen)

Literaturhinweis:
R. Mahnke: Nichtlineare Physik in Aufgaben, Teubner Studienbücher, Stuttgart, 1994

1. Diffusion ist ...

   -
   -
   -

2. Wie hängen Diffusionsgleichung und Gaußsche Normalverteilung zusammen?

3. Was ist eine (reguläre) *Trajektorie (Bahnkurve)*? Gibt es auch stochastische Trajektorien? Wie unterscheiden sich diese von chaotischen Bahnkurven?

4. Was beschreibt die Hamiltonfunktion in konservativen Systemen bzw. was bedeutet $H(q, p) = T + V = E$?

5. Was versteht man unter einem *Potential*? Wie ist der Zusammenhang zur Kraft?

3. Quantenmechanik

Quantenphysik beschreibt die Dynamik in atomaren Dimensionen.
Einführung in die Quantenphysik der Mikroteilchen im Vergleich zur klassischen Mechanik der Makroteilchen mit folgenden Schwerpunkten:

1. **Quantenphysik I: Einleitung** (23. KW, R. Mahnke)
   - Welle–Teilchen–Dualismus
   - Planck'schen Wirkungsquantum h bzw. $\hbar = h/(2\pi)$
   - de Broglie–Beziehung $h/\lambda = p = mv$
   - Fotoelektrischer Effekt, Grenzfrequenz $\hbar\omega = (m/2)v^2 + W_A$
   - Photonen: Energie $E = \hbar\omega = hf$
   - Photonen: Impuls $p = \hbar k = h/\lambda = hf/c$
   - Compton–Effekt, Streuung von Photonen (Welle) an Teilchen (Elektron), Energie– und Impuls–Bilanz
   - Spaltexperimente: Interferenz, Wahrscheinlichkeitscharakter quantenmechanischer Aussagen

2. **Quantenphysik II: Grundgleichungen** (23. KW, R. Mahnke)

   (a) Heisenbergsche Unschärferelation

   $$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$$

   wobei $\Delta q = \sqrt{< q^2 > - < q >^2}$, $\hbar = h/(2\pi)$ und $p_x = (\hbar/i)\partial/\partial x$.

   (b) Schrödinger Gleichung (TDSE)

   $$i\hbar\frac{\partial\Phi(x,t)}{\partial t} = H\Phi(x,t) \quad \text{mit} \quad H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)$$

   wobei $\Phi(x,t) = \phi(x)\exp\{-(i/\hbar)Et\}$.
   Die zeitunabhängige Wellenfunktion $\phi(x)$ folgt aus der stationären Schrödinger Gleichung $H\phi(x) = E\phi(x)$.

   (c) Wahrscheinlichkeitsdichte (Tunneleffekt)
   Aus der Wellenfunktion $\Phi(x,t)$ bzw. $\phi(x)$ folgt die stationäre Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung

   $$p(x) = \Phi^*(x,t)\Phi(x,t) = \phi(x)^2$$

Es gibt diskrete Energieniveaus E_n mit den korrespondierenden Wellenfunktionen $\phi_n(x)$. Das Energiespektrum lautet

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) \qquad , \qquad E_0 > 0$$

beim harmonischen Oszillator und

$$E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}n^2 \qquad , \qquad E_1 > 0$$

beim Teilchen in einer Box.

3. **Quantenphysik III: Anwendungen** (24. KW, R. Mahnke)
   Anwendungen der Quantenphysik auf konkrete Fragestellungen

   (a) 1dim Bewegung eines Mikroteilchens innerhalb einer Box der Länge L mit unendlich hohen Wänden

   (b) 1dim Bewegung eines Mikroteilchens in einem quadratischem Potential $V(x) = \kappa x^2/2 = m\omega^2 x^2/2$ (quantenmechanischer harmonischer Oszillator)

   als Lösung der zeitunabhängigen Schrödinger Gleichung (Eigenwertgleichung) und Berechnung der Energie-Eigenwerte E_n sowie der Wellenfunktionen $\phi_n(x)$.

4. **Quantenphysik IV: Zusammenfassung** (25. KW, R. Mahnke)
   Einführung in die Quantenphysik der Mikroteilchen im Vergleich zur klassischen Mechanik der Makroteilchen mit folgenden Schwerpunkten:

   (a) Planck'schen Wirkungsquantum h bzw. $\hbar$, Phasenraumzelle, Wahrscheinlichkeitsaussagen (anstelle des klassischen Bahnbegriffs)

   (b) Heisenberg'sche Unschärferelation in Ort und Impuls

   (c) Welle–Teilchen–Dualismus am Beispiel Fotoeffekt und Einzel- bzw. Doppelspalt

   (d) Die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung und ihre stationäre Variante

5. **Zentralkörperbewegung** (25. KW, R. Mahnke)
   Zentralkörperproblem in Hamiltonscher Formulierung; Makroskopische Bewegung der Erde um die Sonne (ebene Bewegung, Kreis, Ellipse, Parabel, Hyperbel) unter Einfluss der Gravitationskraft; zwei Erhaltungssätze (Energie, Drehimpuls).
   Verweis auf die Mikrophysik: Neben der Quantisierung der Energie (Hauptquantenzahl) auch die des Drehimpulses (Nebenquantenzahl).

4. Elektrodynamik

Die klassische Elektrodynamik ist das Teilgebiet der Physik, das sich mit bewegten elektrischen Ladungen und mit zeitlich veränderlichen elektrischen und magnetischen Feldern beschäftigt. Die Elektrostatik als Spezialfall der Elektrodynamik beschäftigt sich mit ruhenden elektrischen Ladungen und ihren Feldern (Zitat aus Wikipedia, 14.07.2013).

1. **Elektrodynamik I** (26. KW, R. Mahnke)
   Grundbegriffe der klassischen Elektrodynamik (u. a. skalare und vektorielle Feldfunktionen); wichtige Entwicklungsetappen (Coulomb, Oersted, Faraday, Maxwell, u. a.); Symbole und SI–Einheiten (m, kg, s, A, K, mol, cd); Punktladung; Coulomb–Kraft zwischen zwei Punktladungen; Einführung von Ladung bzw. Ladungsdichte und Strom bzw. Stromdichtevektor; Ladungserhaltung als Zusammenhang zwischen zeitlicher Änderung der Ladungsdichte und Divergenz des Stromdichtevektors.

   Grundgleichungen der Elektrodynamik sind als Maxwell–Gleichungen bekannt. Sie bestehen aus Quellen– und Wirbelgleichungen für das elektrische und das magnetische Feld. Äquivalenz zwischen lokaler (bzw. differentialer) und globaler (bzw. integraler) Formulierung. Materialgleichungen als Zusatzbeziehungen. Ladungserhaltung (Kontinuitätsgleichung) wird durch die Maxwellgleichungen erfüllt.

   Stationäre Felder. Analyse von Spezialfällen: Elektrostatik und Magnetostatik. Die elektrostatischen Feldgleichungen führen unter Benutzung des elektrostatischen Potentials auf die Poisson–Gleichung bzw. auf die Laplace–Gleichung im ladungsfreien Fall. Das Coulombsche Gesetz ist die Lösung des elekrischen Feldes im Aufpunkt bei Existenz einer Punktladung im Quellpunkt. Es gilt das Superpositionsprinzip bei einem System von N Punktladungen.

2. **Elektrostatik** (27. KW, R. Mahnke & S. Rosmej)
   Analyse von zwei typischen Beispielen, und zwar

   (a) Elektrischer Dipol
   Anordnung von zwei (Punkt-)Ladungen Q_1 und Q_2 (häufig symmetrisch mit unterschiedlichem Vorzeichen $Q_1 = Q$ und $Q_2 = -Q$) mit einem festen Abstandsvektor (genannt Dipolmoment) zwischen den Ladungen. Das Dipolpotential ist die Überlagerung von zwei Coulomb-Potentialen. Die Lösung der Poisson–Gleichung

(auch Lapalce-Gleichung genannt) lautet

$$V(x, y) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \left(\frac{Q_1}{|\vec{r} - \vec{r_1}|} + \frac{Q_2}{|\vec{r} - \vec{r_2}|} \right) \ .$$

(b) Homogen gelade Kugel (präsentiert von BSc S. Rosmej)

Aufgabe zur Elektrostatik (radialsymmetrisch homogen geladene Kugel mit Radius R) zur Berechnung des Potential und des elektrischen Feldes unter Beachtung von Randbedingungen.
Das elektrische Potential folgt aus der Lösung der Poisson–Gleichung für den Innenraum $\Delta V(r) = -\rho/\varepsilon$ und der Laplace–Gleichung für den Außenraum $\Delta V(r) = 0$.
Das elektrische Feld ergibt sich aus dem Potential mittels (negativer) Abteilung.

3. **Elektromagnetische Wellen** (28. KW, R. Mahnke)
Analyse eines weiteren Spezialfalls: Elektromagnetisches Feld als Welle. Herleitung der Wellengleichung auf den Maxwell–Gleichungen mit verschwindender Ladungs– und Stromdichte. Diskussion der Lösung der Wellengleichung als sich bewegende ebene elektromagnetische Welle mit zeitlicher und räumlicher Periode. Ermittlung der Dispersionsrelation als Zusammenhang zwischen Kreisfrequenz, Wellenzahl und Ausbreitungsgeschwindigkeit.

Abschluss der Lehrveranstaltung mit einen kleinem Test als Physik-Quiz (am 12.07.2013).